

# オブザーバに基づく機械系の確率的軌道追従制御について

佐藤 訓志\*・藤本 健治\*

On Observer based Stochastic Trajectory Tracking Control of Mechanical Systems

Satoshi SATOH\* and Kenji FUJIMOTO\*

This paper concerns an observer based stochastic trajectory tracking control of mechanical systems. We consider mechanical systems in the presence of noise as stochastic systems and derive a condition for a stabilizing or tracking controller to achieve each control objective. We investigate the case that only position information can be measured and the velocity signal is reconstructed by an observer. A construction method of the combined controller-observer is derived. Since the proposed method is based on stochastic bounded stability, the norms of tracking and estimation errors remain arbitrarily small in probability.

**Key Words:** trajectory tracking control, stochastic stability, nonlinear stochastic control, nonlinear observer, output feedback control

## 1. はじめに

制御対象のモデル化誤差や観測ノイズなどの不確定性を確率過程とみなして制御則を設計する確率システム制御<sup>1),2)</sup>が実システムの制御手法の一つとして研究されており, 文献3),4)などのように確定システムで得られた知見を確率システムへと拡張する研究も盛んに行われている. 筆者らのアプローチは, 不規則雑音を含む確定システムを確率システムと見なし, 確定システムを対象に設計された補償器に対して, 確率システム制御理論を用いて付加的な条件を与えることで, 外乱を陽に考慮した制御を行うことである. 本手法では, 確定システムの補償器をそのまま利用することができ, システムに作用する外乱ポートの構造と, その外乱構造の下で制御目標を達成するための補償器に関する定量的な条件を与えることができる.

筆者らは過去の結果において, 電気-機械系や非ホロノミック系などの広いクラスのシステムを統一的に扱えるポート・ハミルトン系<sup>5)</sup>を確率ポート・ハミルトン系へと拡張し, 受動性の拡張である確率受動性<sup>4)</sup>に基づく安定化手法を提案した<sup>6)</sup>. 筆者らはつぎに, 軌道追従制御問題について考察を行った<sup>7)</sup>. 提案手法は, 確率受動性に基づく有界安定を達成するものであり, 目標軌道との追従誤差を任意の大きさに抑えることができる. 一般的に, 受動性に基づく補償器の下では, システムのエネルギーから構成されたリアプノフ関数の時間微分は半負定であり, 状態の一部の関数となる. 例えば機械系では, 一般化速度のみの関数となり, 配位座標は現われない.

そのため, リアプノフ関数の時間微分だけでは状態の有界性が評価できない. そこで文献7)では, 時間微分に全ての状態が現われて負定となる新たなリアプノフ関数の構成を考えた. しかし, 一般的なシステムに対して構成することは難しく, 適用できる制御対象のクラスが, 慣性行列が定数行列である機械系という狭いものとなっていた. これが本論文の一つ目の動機である.

もう一つの動機は, 筆者らの過去の提案手法は状態フィードバックであり, この補償器を設計するためには全ての状態の情報が必要となることである. 実際の機械システムでは, 速度情報は直接計測できないシステムも多く存在する. この問題の解決方法の一つとして, 計測可能な一部の状態のみを利用した出力フィードバック手法がある. 受動性に基づく出力フィードバック安定化手法として文献8)~10)などがあり, さらに文献11),12)では, オブザーバを構成することで, 位置情報のみを利用した軌道追従制御手法が提案されている. 一方で, バックステッピングを応用した確率システムにおける出力フィードバック安定化手法も提案されている<sup>13)</sup>が, このような研究は少なく, 特に確率システムにおける軌道追従制御の研究はほとんど成されていない.

これら二つの動機を踏まえ, 本論文では不規則雑音を含む一般的な機械系を対象として, オブザーバを用いた軌道追従制御について確率システム制御理論に基づく考察を行う. 本論文では, 文献12),14)~16)で提案された補償器とオブザーバを用いて, 指定した確率以上で追従・推定誤差を任意の大きさに抑制するための補償器とオブザーバのゲインと外乱構造に関する定量的な条件を与える. 上記の補償器とオブザーバを用いる理由として, これらは機械系の軌道追従制御において良く用いられていることと, スライディングモード制御の

\* 名古屋大学大学院工学研究科 名古屋千種区不老町

\* Graduate School of Engineering, Nagoya University, Frocho, Chikusa-ku, Nagoya

考え方を利用しており、システム全体のリアプノフ関数の時間微分が負定となるためである。これを利用することで、本論文では文献7)では扱えなかった一般的な機械系に対する軌道追従制御を考えることができるようになる。

与えられた補償器が抑制可能な外乱の大きさや、その構造に関する定量的な評価を陽に行っている研究は多くなく、本論文のような確率システムからのアプローチは実システムの制御において有効であると考えられる。

## 2. 制御対象

本論文では、伊藤型確率微分方程式で表される次式のシステムを扱う。このシステムは、不規則雑音を含む  $n$  自由度の機械系を確率力学系としてモデル化したものである。

$$\begin{cases} dq = v dt + W_q(q, v) dw_1 \\ dv = M(q)^{-1} \{ \tau - C(q, v)v - G(q) \} dt + W_v(q, v) dw_2 \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 $q(t), v(t) \in \mathbb{R}^n$  はそれぞれ配位座標と一般化速度を表し、 $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  は慣性行列を表す正定対称行列である。 $C(q, v)v$  は遠心力およびコリオリ力を表し、 $G(q)$  は重力によるトルクを表す。また、 $w_1(t) \in \mathbb{R}^{r_1}, w_2(t) \in \mathbb{R}^{r_2}$  はそれぞれ確率空間  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$  上の標準ウィーナ過程であり、 $\Omega$  は標本空間、 $\mathcal{F}, \mathcal{P}$  はそれぞれ  $\Omega$  上の  $\sigma$ -加法族と確率測度を表す。 $\mathcal{F}_s$  を (1) 式の解過程  $(q(t), v(t))$  に関して、 $\{(q(s), v(s)) \mid 0 \leq s \leq t, (q(0), v(0)) = (q^0, v^0)\}$  から生成される  $\Omega$  上の最小の  $\sigma$ -加法族とする。 $W_q: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times r_1}, W_v: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times r_2}$  はそれぞれ外乱のポートを表わす行列値関数である。

本論文では行列  $A$  のノルムを  $\|A\| := \sqrt{\lambda_{\max}(A^T A)}$  で定義する。ただし、 $\lambda_{\max}(\cdot)$  は最大固有値を表す。また、 $\mathcal{D}(\cdot)$  は  $(\cdot)$  に関する微分作用素を表すものとする。また以降では、同一の表記  $M(q)$  を、慣性行列と慣性テンソル両方の意味で用いる。例えば、任意の  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^n$  に対して  $M(q)(\alpha, \beta) := M(q)_{ij} \alpha^i \beta^j \equiv \alpha^T M(q) \beta$  とする。ただし、 $M(q)_{ij}, \alpha^i, \beta^j$  はそれぞれ  $M(q), \alpha, \beta$  の要素を表し、同じ添字が上下に一つずつ現れるときはその総和をとるアインシュタインの規約を用いている。テンソル表記を用いると、微分を計算する際の表記が簡単になる。例えば、 $\mathcal{D}_q M(q)(\alpha, \beta)(\cdot)$  は一階のテンソルであり、次式のように定義する。

$$\mathcal{D}_q M(q)(\alpha, \beta)_k = \frac{\partial M(q)_{ij}}{\partial q^k} \alpha^i \beta^j$$

さらに、二階の対称テンソル  $A(\cdot, \cdot)$  に対して転置  $(\cdot)^T$  を  $A_{ij}^T = A_{ji}$  で定義する。つまり  $A^T(\alpha, \beta) = A_{ij}^T \alpha^i \beta^j = A_{ji} \alpha^i \beta^j$  となる。

本論文で用いる、慣性行列  $M(q)$  や遠心力およびコリオリ力の項  $C(q, v)$  に関する性質を簡単に述べる。詳細は文献11), 12)を参照されたい。

**性質 1.** クリストッフエルの記号を用いて  $C(q, v)$  を定義し

たとき、 $\mathcal{D}_t M(q) - 2C(q, v)$  は歪対称行列となる。また、任意の  $\xi, \eta, \zeta \in \mathbb{R}^n, a, b \in \mathbb{R}$  に対して、次式が成立する。

$$C(q, \xi)\eta = C(q, \eta)\xi$$

$$C(q, a\zeta + b\xi)\eta = aC(q, \zeta)\eta + bC(q, \xi)\eta$$

また、以下の仮定をおく。

**仮定 1.** 遠心力およびコリオリ力の項  $C(q, v)$  は  $q$  に関して有界であり、任意の  $q, \beta \in \mathbb{R}^n$  に対して次式を満たす正定数  $C_M$  が存在する。

$$\|C(q, \beta)\| \leq C_M \|\beta\|$$

**仮定 2.** 慣性テンソル  $M(q)$  および  $M(q)$  を  $q$  に関して 1 階、2 階微分したテンソルは  $q$  に関して有界であり、任意の  $q, \xi, \eta \in \mathbb{R}^n$  に対して次式を満たす正定数  $M_m, M_M, \bar{M}_M, \bar{\bar{M}}_M$  がそれぞれ存在する。

$$M_m \leq \|M(q)\| \leq M_M$$

$$\|\mathcal{D}_q M(q)(\xi, \cdot)(\cdot)\| \leq \bar{M}_M \|\xi\|$$

$$\|\mathcal{D}_q^2 M(q)(\xi, \eta)(\cdot)(\cdot)\| \leq \bar{\bar{M}}_M \|\xi\| \|\eta\|$$

**仮定 3.** 外乱のポートを表わす行列値関数  $W_q, W_v$  は滑らかであり、任意の  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^n$  に対して次式を満たす正定数  $W_{q,M}, W_{v,M}$  が存在する。

$$\|W_q(\alpha, \beta)\| \leq W_{q,M}(1 + \|\alpha\| + \|\beta\|),$$

$$\|W_v(\alpha, \beta)\| \leq W_{v,M}(1 + \|\alpha\| + \|\beta\|)$$

本章では、確率システム制御理論に基づき、誤差システムの確率有界安定性を議論するため、後に必要となる事柄をここで準備しておく。まずある見本過程に沿ったスカラー関数の時間変化を計算するために、微分生成作用素  $\mathcal{L}(\cdot)$  を定義する。これは次章で確率リアプノフ関数の時間変化を計算する際に用いられる。

**定義 1.** 次式の伊藤型確率微分方程式を考える。

$$dx = f(x, t) dt + h(x, t) dw \quad (2)$$

ただし、 $x(t) \in \mathbb{R}^n$  であり、 $w(t) \in \mathbb{R}^r$  は確率空間  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$  上の標準ウィーナ過程であり、 $f, h$  は滑らかな関数とする。このとき次式を満たす作用素  $\mathcal{L}(\cdot)$  を微分生成作用素とよぶ。

$$\mathcal{L}(\cdot) := \mathcal{D}_t(\cdot) + \mathcal{D}_x(\cdot) f + \frac{1}{2} \text{tr} \{ \mathcal{D}_x^2(\cdot) h h^T \} \quad (3)$$

このとき少なくとも  $t$  に関して 1 回、 $x$  に関して 2 回微分可能なスカラー関数  $V(t, x): \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  の  $x(t)$  に沿った時間変化は、伊藤の公式<sup>17)</sup>より次式のように計算できる。

$$E[V(t, x(t))] - E[V(t_0, x(t_0))] = \int_{t_0}^t E[\mathcal{L}V(s, x(s))] ds$$

ただし、 $E[\cdot]$  は期待値演算を表わす。

つぎに、本論文で用いる確率有界安定性として、文献3)で

提案された  $(Q_0, Q_1, \rho)$ -安定性の定義を示す.

**定義 2.** システム (2) が  $(Q_0, Q_1, \rho)$ -安定であるとは, 初期状態  $x(0)$  が  $x(0) \in Q_0$  ならば,

$$\mathcal{P} \{x(t) \in Q_1, \quad \text{for } 0 \leq t < \infty\} \geq \rho$$

が成立することをいう.

最後に, 主結果の証明で用いられる停止過程を定義する.

**定義 3.**  $t \cap s := \min\{t, s\}$  とし, 解過程  $x(t)$  が初めて領域  $S$  から出る時刻を  $\tau_S$  とする. すなわち  $\tau_S := \inf\{t \geq 0 \mid x(t) \notin S\}$  である. このとき, 解過程  $x(t)$  に対する停止過程  $x(t \cap \tau_S)$  を次式で定義する.

$$x(t \cap \tau_S) := \begin{cases} x(t) & t < \tau_S \\ x(\tau_S) & t \geq \tau_S \end{cases}$$

### 3. オブザーバを用いた出力フィードバックによる軌道追従制御

本章では, 配位座標  $q$  のみが観測できるとして, 直接観測できない残りの状態  $v$  の代わりにオブザーバによる推定値を用いることで, 不規則雑音を伴うシステムの出力フィードバックによる軌道追従制御を考える.  $q_d, \dot{q}_d$  をそれぞれ実現可能な目標軌道と目標速度とし, 以下の仮定を満たすものとする.

**仮定 4.** 目標軌道  $q_d$  は時間に関して少なくとも二階微分可能であるとする. また,  $q_d$  とその目標速度  $\dot{q}_d$  は有界であり, 次式を満たす正定数がそれぞれ存在する.

$$N_{q_d} = \sup_t \|q_d(t)\|, \quad N_{\dot{q}_d} = \sup_t \|\dot{q}_d(t)\|.$$

位置と速度の偏差をそれぞれ  $q_e := q - q_d, v_e := v - \dot{q}_d$  と表し,  $\hat{q}, \hat{v}$  をそれぞれオブザーバによる  $q, v$  の推定値とし, 真値との偏差をそれぞれ  $\tilde{q} := q - \hat{q}, \tilde{v} := v - \hat{v}$  と表す. また,  $x_d := (q_d^\top, \dot{q}_d^\top)^\top, x_e := (q_e^\top, v_e^\top)^\top, \tilde{x} := (\tilde{q}^\top, \tilde{v}^\top)^\top, x := (x_e^\top, \tilde{x}^\top)^\top$  という表記を用いる.

本章の目的は, 追従・推定誤差が, 指定した確率以上で任意の大きさに留まり続けるという確率有界安定となるための, 補償器とオブザーバの条件を導出することである. 条件導出までの過程を簡単に述べる. 本論文で用いる補償器とオブザーバは文献 12), 16) で提案されたものであり, (4), (5) 式で定義する. これらは機械系の軌道追従制御において良く知られているスライディングモード制御に基づく補償器<sup>14)</sup>を利用したものであり, (8) 式で定義するシステム全体の確率リアプノフ関数<sup>3)</sup>  $V$  の時間変化  $\mathcal{L}V$  に全ての状態が現れる. そのため,  $\mathcal{L}V$  から状態の有界性を評価できることが, (4), (5) 式の補償器とオブザーバを用いる理由である. そこでまず, (3) 式で定義した微分生成作用素  $\mathcal{L}(\cdot)$  を用いて  $\mathcal{L}V$  を計算し, 2章で述べた性質や仮定を用いて  $\mathcal{L}V$  の上限を (20) 式のように評価する. ノイズの影響により, 一般的に  $\mathcal{L}V$  が負となる領域は, 状態空間全域ではない. そこで, 補題 1 において指定し

た領域内で常に  $\mathcal{L}V < 0$  となる条件を示す. 最後に, 補題 1 の結果を用いて追従・推定誤差が確率有界安定となるための条件を, 定理 1 において示す.

文献 12), 16) で提案された補償器とオブザーバを定義する.

$$\tau = M(q)\dot{q}_d + C(q, v_o)\dot{q}_d + G(q) - K_d(s_1 - s_2), \quad (4)$$

$$\begin{cases} d\hat{q} = (z + L_d\tilde{q}) dt =: \hat{v} dt \\ dz = L_p\tilde{q} dt + M(q)^{-1}\{\tau - C(q, v_o)\dot{q}_d - G(q) \\ \quad + K_d(s_1 - s_2)\} dt, \end{cases} \quad (5)$$

ただし, 補償器のゲイン  $K_d$ , オブザーバのゲイン  $L_d, L_p$  はそれぞれ正定対称な行列であり, これらが満たすべき条件は以降で与えられる. また, スライディング変数  $s_1, s_2$  と変数  $v_o$  は次式で定義される.

$$s_1 := v_e + \Lambda_1 q_e, \quad s_2 := \tilde{v} + \Lambda_2 \tilde{q},$$

$$v_o := v - s_2 = \hat{v} - \Lambda_2 \tilde{q}$$

ただし,  $\Lambda_1, \Lambda_2$  はそれぞれ正定な対角行列である. (1), (4) 式より, 目標軌道に関する誤差システムは次式となる.

$$\begin{cases} dq_e = v_e dt + W_q(q, p) dw_1 \\ dv_e = M(q)^{-1}\{C(q, v_o)\dot{q}_d - C(q, v)v - K_d(s_1 - s_2)\} dt \\ \quad + W_v(q, v) dw_2 \end{cases} \quad (6)$$

また, (1), (5) 式より, オブザーバによる推定誤差システムは次式となる.

$$\begin{cases} d\tilde{q} = \tilde{v} dt + W_q(q, p) dw_1 \\ d\tilde{v} = M(q)^{-1}\{C(q, v_o)\dot{q}_d - C(q, v)v - K_d(s_1 - s_2)\} dt \\ \quad - (L_p\tilde{q} + L_d\tilde{v}) dt - L_d W_q(q, v) dw_1 + W_v(q, v) dw_2 \end{cases} \quad (7)$$

本論文では, 文献 12), 16) で提案された次式のリアプノフ関数を確率リアプノフ関数<sup>3)</sup>としてそのまま用いる.

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} v_e^\top M(q) v_e + v_e^\top M(q) \Lambda_1 q_e + \frac{1}{2} q_e^\top 2\Lambda_1 K_d q_e \\ &\quad + \frac{1}{2} s_2^\top M(q) s_2 + \frac{1}{2} \tilde{q}^\top 2\Lambda_2 K_d \tilde{q} \\ &= \frac{1}{2} x^\top \underbrace{\begin{bmatrix} 2\Lambda_1 K_d & \Lambda_1 M(q) & 0 & 0 \\ M(q)\Lambda_1 & M(q) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\Lambda_2 K_d + \Lambda_2 M(q)\Lambda_2 & \Lambda_2 M(q) \\ 0 & 0 & M(q)\Lambda_2 & M(q) \end{bmatrix}}_{=: P(q)} x \end{aligned} \quad (8)$$

$V$  が正定関数となるために, Schur complement(文献 18) 補題 A.4) より,  $K_d$  は次式を満たすように定めるものとする.

$$2K_d - M(q)\Lambda_1 > 0 \quad (9)$$

確定システムの場合と同様に、確率リアプノフ関数の時間変化を評価することは、確率システムの安定性を解析する際に非常に有効である。伊藤型確率微分方程式に従う解過程に沿ったスカラ関数の時間変化を計算する際には、(3)式で定義した微分生成作用素から分かる通り、不規則雑音に起因する二階の偏微分の項を伴う。この項は確定システムの解析では存在せず、確率解析を用いることでこのような不規則雑音の影響を定量的に評価することができる。誤差システム(6),(7)の解過程  $x(t)$  に沿った、リアプノフ関数(8)の時間変化  $\mathcal{L}V$  を計算すると次式のようになる。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}V = & s_1^\top \{C(q, v_o)\dot{q}_d - C(q, v)v - K_d(s_1 - s_2)\} \\ & + v_e^\top M(q)\Lambda_1 v_e + \frac{1}{2}s_1^\top \mathcal{D}_t M(q)s_1 \\ & - \frac{1}{2}q_e^\top \Lambda_1 \mathcal{D}_t M(q)\Lambda_1 q_e + 2q_e^\top \Lambda_1 K_d v_e \\ & + s_2^\top \{C(q, v_o)\dot{q}_d - C(q, v)v - K_d(s_1 - s_2) \\ & - M(q)(L_p \tilde{q} + L_d \tilde{v})\} + s_2^\top M(q)\Lambda_2 \tilde{v} \\ & + \frac{1}{2}s_2^\top \mathcal{D}_t M(q)s_2 + 2\tilde{q}^\top \Lambda_2 K_d \tilde{v} + \omega_{x_e} + \omega_{\tilde{x}} \quad (10) \end{aligned}$$

ここで表記の簡単化のため導入した  $\omega_{x_e}, \omega_{\tilde{x}}$  は、システム(6),(7)それぞれに含まれる不規則雑音の影響を表わしており、次式で定義される。

$$\begin{aligned} \omega_{x_e} & := \frac{1}{2} \text{tr} \{ \mathcal{D}_{q_e}^2 V W_q W_q^\top \} + \frac{1}{2} \text{tr} \{ \mathcal{D}_{v_e}^2 V W_v W_v^\top \}, \\ \omega_{\tilde{x}} & := \frac{1}{2} \text{tr} \{ \mathcal{D}_{\tilde{q}}^2 V W_q W_q^\top \} \\ & + \frac{1}{2} \text{tr} \{ \mathcal{D}_{\tilde{v}}^2 V (L_d W_q W_q^\top L_d^\top + W_v W_v^\top) \} \quad (11) \end{aligned}$$

これより、(10),(11)式の上限を不等式を用いて評価していく。以降では行列  $A$  に対して、 $A_M, A_m$  をそれぞれ  $\|A\|$  の上限と下限を表すものとする。また、計算を簡単にするために、文献(12),(16)と同様の仮定をおく。

**仮定 5.** 行列  $L_d, L_p, \Lambda_2$  は次式を満たす。

$$L_d = l_d I + \Lambda_2, \quad L_p = l_d \Lambda_2,$$

ただし、 $I$  は単位行列であり、 $l_d$  はオブザーバゲインを表わす正定数である。

仮定 5 と性質 1 を用いると、(10) は次式のように計算できる。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}V = & -v_e^\top (K_d - M(q)\Lambda_1)v_e - q_e^\top \Lambda_1 K_d \Lambda_1 q_e - \tilde{v}^\top K_d \tilde{v} \\ & - \tilde{q}^\top \Lambda_2 K_d \Lambda_2 \tilde{q} - s_2^\top (l_d M(q) - 2K_d)s_2 \\ & - s_1^\top C(q, s_2)\dot{q}_d + v_e^\top C(q, v)\Lambda_1 q_e + s_2^\top C(q, s_2)v_e \\ & - s_2^\top C(q, v)v_e + \omega_{x_e} + \omega_{\tilde{x}} \quad (12) \end{aligned}$$

(12) より、次式を満たすように補償器とオブザーバのゲイン  $K_d, l_d$  をそれぞれ定めるものとする。

$$\begin{aligned} K_d - M(q)\Lambda_1 & > 0, \\ l_d M(q) - 2K_d & > 0 \quad (13) \end{aligned}$$

(13)式の下では、(9)式は自動的に満たされる。このとき(12)式の上限は、仮定 1, 仮定 2, 仮定 4 を用いると次式のように評価できる。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}V \leq & -\min \{K_{d,m} - M_M \Lambda_{1,M}, K_{d,m} \Lambda_{1,m}^2, K_{d,m} \Lambda_{2,m}^2\} \|x\|^2 \\ & + C_M N_{\dot{q}_d} \left( \|s_1\| \|s_2\| + \Lambda_{1,M} \|v_e\| \|q_e\| + \|s_2\| \|v_e\| \right) \\ & + C_M \left( \Lambda_{1,M} \|v_e\|^2 \|q_e\| + \|s_2\|^2 \|v_e\| + \|s_2\| \|v_e\|^2 \right) \\ & + \|\omega_{x_e}\| + \|\omega_{\tilde{x}}\| \quad (14) \end{aligned}$$

相加・相乗平均の関係を用いて  $\|s_1\|, \|s_2\|$  を次式のように評価する。

$$\begin{aligned} \|s_1\|^2 & \leq \|v_e\|^2 + 2\Lambda_{1,M} \|v_e\| \|q_e\| + \Lambda_{1,M}^2 \|q_e\|^2 \\ & \leq 2\|v_e\|^2 + 2\Lambda_{1,M}^2 \|q_e\|^2 \\ & \leq 2(1 + \Lambda_{1,M}^2) \|x\|, \\ \|s_2\|^2 & \leq 2(1 + \Lambda_{2,M}^2) \|x\| \quad (15) \end{aligned}$$

(15)式の結果を(14)式に適用することで、次式を得る。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}V \leq & - \left[ \min \{K_{d,m} - M_M \Lambda_{1,M}, K_{d,m} \Lambda_{1,m}^2, K_{d,m} \Lambda_{2,m}^2\} \right. \\ & - C_M N_{\dot{q}_d} \left( \Lambda_{1,M} + \sqrt{2(1 + \Lambda_{2,M}^2)} \left( \sqrt{2(1 + \Lambda_{1,M}^2)} + 1 \right) \right) \\ & \left. - C_M \left( \Lambda_{1,M} + 2(1 + \Lambda_{2,M}^2) + \sqrt{2(1 + \Lambda_{2,M}^2)} \right) \|x\| \right] \|x\|^2 \\ & + \|\omega_{x_e}\| + \|\omega_{\tilde{x}}\| \quad (16) \end{aligned}$$

続いて(16)式中の  $\|\omega_{x_e}\|, \|\omega_{\tilde{x}}\|$  を評価していく。まず  $\mathcal{D}_{v_e}^2 V = M(q)$  と簡単に計算ができるため、(11)式中の  $\omega_{x_e}$  の第二項目に注目すると、仮定 3 と仮定 4 を用いて次式のように評価できる。

$$\begin{aligned} \text{tr} \{ \mathcal{D}_{v_e}^2 V W_v W_v^\top \} & = \sum_{i=1}^{r_2} \lambda_i (W_v^\top M W_v) \\ & \leq r_2 \lambda_{\max} (W_v^\top M W_v) \leq r_2 \sqrt{M_M} W_{v,M} (1 + \|q\| + \|v\|) \\ & \leq r_2 \sqrt{M_M} W_{v,M} (1 + \|q_e\| + N_{q_d} + \|v_e\| + N_{\dot{q}_d}) \quad (17) \end{aligned}$$

ただし、任意の行列  $A \in \mathbb{R}^{m \times m}, B \in \mathbb{R}^{m \times n}$  に対して、 $\text{tr} \{ A B B^\top \} = \text{tr} \{ B^\top A B \}$  が成立することを用いている。つぎに  $\omega_{x_e}$  の第一項目を考えると、

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{q_e}^2 V = & \frac{1}{2} \mathcal{D}_q^2 M(q)(v_e, v_e)(\cdot)(\cdot) + \mathcal{D}_q M(q)(v_e, \Lambda_1(\cdot))(\cdot) \\ & + \mathcal{D}_q^2 M(q)(v_e, \Lambda_1 q_e)(\cdot)(\cdot) + [\mathcal{D}_q M(q)(v_e)]^\top (\cdot)(\Lambda_1(\cdot)) \\ & + 2\Lambda_1 K_d \end{aligned}$$

と計算できるため、仮定 1 から仮定 4 を用いて次式を得る。

$$\text{tr} \{ \mathcal{D}_{q_e}^2 V W_q W_q^\top \} \leq$$

$$r_1 \left( \frac{1}{2} \bar{M}_M \|v_e\|^2 + 2\Lambda_{1,M} \bar{M}_M \|v_e\| + \Lambda_{1,M} \bar{M}_M \|q_e\| \|v_e\| \right. \\ \left. + 2K_{d,M} \Lambda_{1,M} \right)^{\frac{1}{2}} W_{q,M} (1 + \|q_e\| + N_{q_d} + \|v_e\| + N_{q_d}) \quad (18)$$

(17),(18)式と同様にして、次式のように  $\omega_{\bar{x}}$  を評価できる。

$$\begin{aligned} & \text{tr} \{ \mathcal{D}_{\bar{q}}^2 V W_q W_q^\top \} \\ & \leq \frac{r_1}{2} \left( \frac{1}{2} \bar{M}_M \|s_2\|^2 + 2\Lambda_{2,M} \bar{M}_M \|s_2\| + \Lambda_{2,M}^2 M_M \right. \\ & \quad \left. + 2K_{d,M} \Lambda_{2,M} \right)^{\frac{1}{2}} W_{q,M} (1 + \|q_e\| + N_{q_d} + \|v_e\| + N_{q_d}) \\ & \text{tr} \{ \mathcal{D}_{\bar{v}}^2 V W_q W_q^\top \} \\ & \leq \frac{\sqrt{M_M}}{2} (r_1 L_{d,M} W_{q,M} + r_2 W_{v,M}) \\ & \quad \times (1 + \|q_e\| + N_{q_d} + \|v_e\| + N_{q_d}) \quad (19) \end{aligned}$$

よって、(16),(17),(18),(19)式から次式のように  $\mathcal{L}V$  を評価することができる。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}V \leq & - \left[ \min \{ K_{d,m} - M_M \Lambda_{1,M}, K_{d,m} \Lambda_{1,m}^2, K_{d,m} \Lambda_{2,m}^2 \} \right. \\ & - C_M N_{q_d} \left( \Lambda_{1,M} + \sqrt{2(1 + \Lambda_{2,M}^2)} \left( \sqrt{2(1 + \Lambda_{1,M}^2)} + 1 \right) \right) \\ & - C_M \left( \Lambda_{1,M} + 2(1 + \Lambda_{2,M}^2) + \sqrt{2(1 + \Lambda_{2,M}^2)} \right) \|x\| \left. \right] \|x\|^2 \\ & + \left\{ \frac{r_1}{2} \left( \frac{1}{2} \bar{M}_M \|v_e\|^2 + 2\Lambda_{1,M} \bar{M}_M \|v_e\| + \Lambda_{1,M} \bar{M}_M \|q_e\| \|v_e\| \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + 2K_{d,M} \Lambda_{1,M} \right)^{\frac{1}{2}} W_{q,M} + \frac{r_2}{2} \sqrt{M_M} W_{v,M} \right. \\ & \quad \left. + \frac{r_1}{2} \left( \frac{1}{2} \bar{M}_M \|s_2\|^2 + 2\Lambda_{2,M} \bar{M}_M \|s_2\| + \Lambda_{2,M}^2 M_M \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + 2K_{d,M} \Lambda_{2,M} \right)^{\frac{1}{2}} W_{q,M} + \frac{\sqrt{M_M}}{2} (r_1 (l_d + \Lambda_{2,M}) W_{q,M} \right. \\ & \quad \left. + r_2 W_{v,M}) \right\} (1 + \|q_e\| + N_{q_d} + \|v_e\| + N_{q_d}) \quad (20) \end{aligned}$$

ここからは、本章の目的である、追従誤差と推定誤差がともに確率有界安定となるための補償器とオブザーバの条件を導出する。(20)式から分かる通り、不規則雑音の影響により  $\mathcal{L}V$  が負となる領域は、状態空間全域ではない。そこでまずは、指定した領域内で常に  $\mathcal{L}V < 0$  となるための条件を以下の補題として示す。

**補題 1.** システム (1) に対して、(4) 式の補償器と (5) 式のオブザーバを考える。また、仮定 1 から仮定 4 が成立するものとする。このとき、任意の  $\delta_0, \delta_1 \in \mathbb{R}, 0 < \delta_0 < \delta_1$  に対して、拡大系の状態  $x$  に関する領域  $S_{\delta_0, \delta_1} := \{x \mid \delta_0 \leq \|x\| \leq \delta_1\}$  上で (8) 式のリアプノフ関数  $V$  の時間変化  $\mathcal{L}V$  が負となるための補償器とオブザーバに関する十分条件は、次式で与えられる。

$$K_{d,m} > \max \left\{ \frac{D_1(\Lambda_1, \Lambda_2, \delta_1)}{\Lambda_{1,m}^2} + \frac{D_2(K_d, l_d, \Lambda_1, \Lambda_2, \delta_1)}{\Lambda_{1,m}^2 \delta_0^2}, \right.$$

$$\left. \frac{D_1(\Lambda_1, \Lambda_2, \delta_1)}{\Lambda_{2,m}^2} + \frac{D_2(K_d, l_d, \Lambda_1, \Lambda_2, \delta_1)}{\Lambda_{2,m}^2 \delta_0^2}, \right. \\ \left. D_1(\Lambda_1, \Lambda_2, \delta_1) + \frac{D_2(K_d, l_d, \Lambda_1, \Lambda_2, \delta_1)}{\delta_0^2} + M_M \Lambda_{1,M} \right\}, \quad (21)$$

$$l_d M_m > 2K_{d,M}$$

ここで、 $D_1(\Lambda_1, \Lambda_2, \delta_1), D_2(K_d, l_d, \Lambda_1, \Lambda_2, \delta_1)$  は次式で定義される。

$$\begin{aligned} D_1(\Lambda_1, \Lambda_2, \delta_1) & := \\ & C_M N_{q_d} \left( \Lambda_{1,M} + \sqrt{2(1 + \Lambda_{2,M}^2)} \left( \sqrt{2(1 + \Lambda_{1,M}^2)} + 1 \right) \right) \\ & \quad + C_M \left( \Lambda_{1,M} + 2(1 + \Lambda_{2,M}^2) + \sqrt{2(1 + \Lambda_{2,M}^2)} \right) \delta_1 \\ D_2(K_d, l_d, \Lambda_1, \Lambda_2, \delta_1) & := \\ & \left\{ \frac{r_1}{2} \left( \bar{M}_M \delta_1^2 \left( \frac{1}{2} + \Lambda_{1,M} \right) + 2\Lambda_{1,M} \bar{M}_M \delta_1 + 2K_{d,M} \Lambda_{1,M} \right)^{\frac{1}{2}} \right. \\ & \quad \times W_{q,M} + \frac{r_2}{2} \sqrt{M_M} W_{v,M} + \frac{r_1}{2} \left( \frac{1}{2} \bar{M}_M (1 + \Lambda_{2,M})^2 \delta_1^2 \right. \\ & \quad \left. \left. + 2\Lambda_{2,M} \bar{M}_M (1 + \Lambda_{2,M}) \delta_1 + \Lambda_{2,M}^2 M_M + 2K_{d,M} \Lambda_{2,M} \right)^{\frac{1}{2}} \right. \\ & \quad \left. \times W_{q,M} + \frac{\sqrt{M_M}}{2} (r_1 (l_d + \Lambda_{2,M}) W_{q,M} + r_2 W_{v,M}) \right\} \\ & \quad \times (1 + N_{q_d} + N_{q_d} + 2\delta_1) \quad (22) \end{aligned}$$

ただし、 $K_d$  は正定対称行列、 $l_d$  は正の実数、 $\Lambda_1, \Lambda_2$  はそれぞれ正定対角行列である。

**証明** (20) 式と  $l_d M_m > 2K_{d,M}$  の条件より、領域  $S_{\delta_0, \delta_1}$  上では次式のように  $\mathcal{L}V$  を評価できる。

$$\mathcal{L}V \leq - \left[ \min \{ K_{d,m} - M_M \Lambda_{1,M}, K_{d,m} \Lambda_{1,m}^2, K_{d,m} \Lambda_{2,m}^2 \} \right. \\ \left. - D_1(\Lambda_1, \Lambda_2, \delta_1) \right] \delta_0^2 + D_2(K_d, l_d, \Lambda_1, \Lambda_2, \delta_1) \quad (23)$$

ただし、 $D_1(\Lambda_1, \Lambda_2, \delta_1)$  と  $D_2(K_d, l_d, \Lambda_1, \Lambda_2, \delta_1)$  は (22) 式で与えられる。(23) 式より、(21) 式の残りの条件が直ちに得られる。 ■

補題 1 の条件が満たされるとき、(13) 式の条件は自動的に満たされる。

最後に以下の定理を示す。

**定理 1.** 任意の  $\lambda_1 \in \mathbb{R}, 0 < \lambda_1, \rho \in \mathbb{R}, 0 < \rho < 1$  に対して、 $0 < \lambda_0 < \lambda_1(1 - \rho)$  を満たす任意の実数  $\lambda_0$  を定める。このとき、補題 1 で導出した補償器の条件 (21) において

$$\delta_0 = \sqrt{\frac{2\lambda_0}{P_M}}, \quad \delta_1 = \sqrt{\frac{2\lambda_1}{P_M}} \quad (24)$$

とした条件は、次式を満たす初期状態の集合

$$Q_0^x := \{x \mid \lambda_0 < V(x) < \lambda_1(1 - \rho)\} \quad (25)$$

と、有界領域を表わす集合

$$Q_1^x := \{x \mid V(x) < \lambda_1\}$$

に対して,  $(Q_0^s, Q_1^r, \rho)$ -安定となるための十分条件となる. ただし, (24) 式中の  $P_m, P_M$  はそれぞれ (8) 式の  $P(q)$  において  $P_m \leq \|P(q)\| \leq P_M$ , for  $\forall q$  を満たす正定数である.

また, 上記の条件が満たされるとき, 次式が成立する.

$$\mathcal{P} \left\{ \sup_{0 \leq t < \infty} \|x(t)\| < \sqrt{\frac{2\lambda_1}{P_M}} \right\} \geq \rho \quad (26)$$

証明 (8) 式より,

$$\frac{P_m \|x\|^2}{2} \leq \|V(x)\| \leq \frac{P_M \|x\|^2}{2} \quad (27)$$

であるから,  $\lambda_0 < V(x) < \lambda_1$  を満たす  $x$  の領域上で  $\mathcal{L}V < 0$  となるための十分条件が次式のように求まる.

$$\mathcal{L}V(x) < 0 \quad \text{on} \quad \sqrt{\frac{2\lambda_0}{P_M}} < \|x\| < \sqrt{\frac{2\lambda_1}{P_m}} \quad (28)$$

よって補題 1 を用いて,  $\delta_0, \delta_1$  が (24) 式を満たすように設計された補償器は, (28) 式の条件を満たす.

このときディンキンの公式より,  $0 \leq s \leq t$  に対して

$$\begin{aligned} & E[V(x(t \cap \tau_{S_{\delta_0 \delta_1}})) | \mathcal{F}_s] - V(x(s)) \\ &= \int_s^{t \cap \tau_{S_{\delta_0 \delta_1}}} E[\mathcal{L}V(x(u)) | \mathcal{F}_s] du < 0 \end{aligned}$$

となり,  $E[V(x(t \cap \tau_{S_{\delta_0 \delta_1}})) | \mathcal{F}_s] < V(x(s))$  から  $\{V(x(t \cap \tau_S)); t \geq 0\}$  は非負優マルチンゲールとなる. そこで文献 19) より, 優マルチンゲールの不等式に関する性質を用いると, 次式が成立する.

$$\begin{aligned} \frac{V(x(0))}{\lambda_1} &\geq \mathcal{P} \left\{ \sup_{0 \leq t < \infty} V(x(t \cap \tau_{S_{\delta_0 \delta_1}})) \geq \lambda_1 \right\} \\ &= \mathcal{P} \left\{ \sup_{0 \leq t < \infty} V(x(t)) \geq \lambda_1 \right\} \end{aligned}$$

初期状態の集合は (25) 式の  $Q_0^s$  であることから次式を得る.

$$\mathcal{P} \left\{ \sup_{0 \leq t < \infty} V(x(t)) < \lambda_1 \right\} \geq 1 - \frac{\lambda_1(1-\rho)}{\lambda_1} = \rho$$

最後に (26) 式は, (27) 式より,

$$\left\{ x \mid \sup_{0 \leq t < \infty} \|x(t)\| < \sqrt{\frac{2\lambda_1}{P_M}} \right\} \subset \left\{ x \mid \sup_{0 \leq t < \infty} V(x(t)) < \lambda_1 \right\}$$

が成立することから示される. 以上より, 題意は示された. ■

#### 4. 数 値 例

本章では, 機械系として Fig. 1 に示すような 2 リンクロボットマニピュレータを考え, シミュレーションにより提案手法の有効性を確認する.

$\theta_1, \theta_2$  を Fig. 1 のように定義し, Table 1 に具体的なパラメータを示す. ただし添え字  $i$  は,  $i$  番目のリンクを表す. また, 簡単のために以下の様に  $b_1, b_2, b_3$  を定義した.

$$\begin{aligned} b_1 &:= I_1 + m_1 l_{g2}^2 + m_2 l_1^2 = \frac{4}{3} m_1 l_{g2}^2 + m_2 l_1^2, \\ b_2 &:= I_2 + m_2 l_{g2}^2 = \frac{4}{3} m_2 l_{g2}^2, \quad b_3 := l_1 m_2 l_{g2} \end{aligned}$$

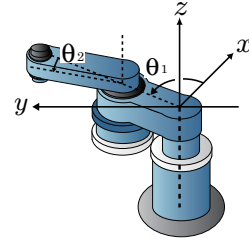


Fig. 1 2-link manipulator

Table 1 Parameters

$\theta_i$	the joint angle of the $i$ -th link	[rad]
$m_i$	the mas of the $i$ -th link	[kg]
$l_i$	the length of the $i$ -th link	[m]
$l_{gi}$	the length to the center of gravity	[m]
$I_i$	the inertia of the $i$ -th link	[kgm <sup>2</sup> ]
$d_i$	the friction coefficient of the $i$ -th link	[Nms/rad]

ノイズを含むロボットマニピュレータのダイナミクスは (1) 式で表わすことができる. 配位座標は  $q := (\theta_1, \theta_2)^T$  であり, 慣性行列  $M(q)$ , 遠心・コリオリ力の項  $C(q, v)$  は次式で与えられる.

$$\begin{aligned} M(q) &= \begin{pmatrix} b_1 + b_2 + 2b_3 \cos(q^2) & b_2 + b_3 \cos(q^2) \\ b_2 + b_3 \cos q^2 & b_2 \end{pmatrix} \\ C(q, v) &= \begin{pmatrix} 2b_3 \sin(q^2)v^2 - d_1 & b_3 \sin(q^2)v^2 \\ -b_3 \sin(q^2)v^1 & -d_2 \end{pmatrix} \quad (29) \end{aligned}$$

本章で用いたモデルは水平面上を動く機構であるため, 重力項は  $G(q) = 0$  としている. また, 実際に用いた各パラメータ値は,  $b_1 = 2.2920$ ,  $b_2 = 0.6000$ ,  $b_3 = 0.7500$ ,  $d_1 = 0.2415$ ,  $d_2 = 0.2457$  である. ノイズのポートとして  $W_q(q, v)$ ,  $W_v(q, v)$  をそれぞれ

$$\begin{aligned} W_q(q, v) &= 5 \times 10^{-5} \begin{pmatrix} q^1 + v^1 + 3 \\ q^2 + v^2 + 3 \end{pmatrix} \\ W_v(q, v) &= 0.1 \begin{pmatrix} q^1 + v^1 + 3 \\ q^2 + v^2 + 3 \end{pmatrix} \quad (30) \end{aligned}$$

とした. また, 軌道追従のための目標軌道として,

$$q_d(t) = \begin{pmatrix} \frac{3}{4\pi} \cos(\frac{2\pi}{3}t) - \frac{3}{4\pi} \\ \frac{3}{4\pi} \cos(\frac{2\pi}{3}t) - \frac{3}{4\pi} \end{pmatrix}$$

とした. 評価のために用いた上界として,  $M_M = 4.83$ ,  $M_m = 3.00$ ,  $\bar{M}_M = 1.82$ ,  $\bar{M}_m = 1.0 \times 10^{-3}$ ,  $C_M = 1.89$ ,  $W_{q,M} = 8.90 \times 10^{-5}$ ,  $W_{v,M} = 2.24 \times 10^{-1}$ ,  $N_{qd} = 0.34$ ,  $N_{\dot{q}d} = 0.71$  を用いた. これらの値は,  $M_M, M_m, \bar{M}_M, \bar{M}_m$  については  $|q^2| \leq \frac{\pi}{2}$  として  $1 \times 10^{-3}$  刻みで数値計算により算出した値を用いている. その他の値は,  $|q^1|, |q^2| \leq \frac{\pi}{2}$ ,  $|v^1|, |v^2| \leq 5$  として 0.1 刻みで数値計算により算出した.

定理 1 を用いて補償器のゲインを次のように定めた. まず  $\lambda_1 = 650$ ,  $\rho = 0.5$  として,  $\lambda_0 = 324$  とした. 確率リアブノ

フ関数  $V$  の下限と上限  $P_m, P_M$  はそれぞれ次のように求めた。(8) 式より,

$$P = T_2^T T_1^T \text{diag}\{2K_d \Lambda_1^{-1} - M, M, 2K_d \Lambda_2^{-1}, M\} T_1 T_2,$$

$$T_1 := \begin{pmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ I & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I & I \end{pmatrix}, \quad T_2 := \begin{pmatrix} \Lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{pmatrix}$$

と書けるため, 次式を得る.

$$P_m = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \min\{\Lambda_{1,m}, \Lambda_{2,m}, 1\}$$

$$\times \min\{2K_{d,m} \Lambda_{1,M}^{-1} - M_m, M_m, 2K_{d,m} \Lambda_{2,M}^{-1}\},$$

$$P_M = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \max\{\Lambda_{1,M}, \Lambda_{2,M}, 1\}$$

$$\times \max\{2K_{d,M} \Lambda_{1,m}^{-1} - M_m, M_m, 2K_{d,M} \Lambda_{2,m}^{-1}\}$$
(31)

上で定めた  $\lambda_1, \lambda_0, \rho$  と, (31) 式と補題 1 より, 定理 1 の条件を満たす補償器とオブザーバゲインを試行錯誤的にそれぞれ  $K_d = \text{diag}\{1345, 1345\}$ ,  $\Lambda_1 = \Lambda_2 = \text{diag}\{1, 1\}$ ,  $l_d = 900$  のように定めた. このとき, 定理 1 より,

$$\mathcal{P} \left\{ \sup_{0 \leq t < \infty} \|x(t)\| < 0.4296 \right\} \geq 0.5 \quad (32)$$

が保証される.

$x$  の初期状態を  $(4.0 \times 10^{-4}, 1.0 \times 10^{-4}, 0, 0, 0, 0, 0)^T$  とし, 120 秒間のシミュレーションを行った結果を Fig. 2 から Fig. 6 に示す. Fig. 2, Fig. 3 はそれぞれ実線で  $q^1, q^2$  と  $v^1, v^2$  の時間応答を, 点線でそれぞれの目標軌道の時間応答を表わしている. また, Fig. 4 は (5) 式のオブザーバの推定誤差を表わし,  $q^1 - \hat{q}^1, q^2 - \hat{q}^2, v^1 - \hat{v}^1, v^2 - \hat{v}^2$  の時間応答をそれぞれ示している. Fig. 5 は目標軌道との追従誤差を表わし,  $q^1 - q_d^1, q^2 - q_d^2, v^1 - \dot{q}_d^1, v^2 - \dot{q}_d^2$  の時間応答をそれぞれ示している. Fig. 6 は  $\|x(t)\|$  の時間応答を表わしている. シミュレーションでは  $0 \leq t \leq 12$  の有限時間の試行であるが, 少なくともこの時間区間では (32) が成立していることが確認できる. 最後に, Fig. 7 に Fig. 6 までの見本過程とはそれぞれ独立な 3 本の見本過程の  $\|x(t)\|$  の時間応答を示す. Fig. 7 より, 他の見本過程においても (32) が成立していることが確認でき, 提案手法の有効性を示すものと考えられる.

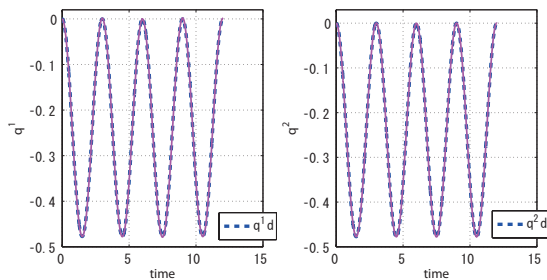


Fig. 2 Responses of  $q^1$  and  $q^2$

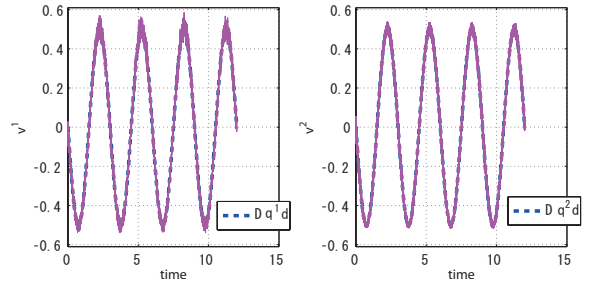


Fig. 3 Responses of  $v^1$  and  $v^2$

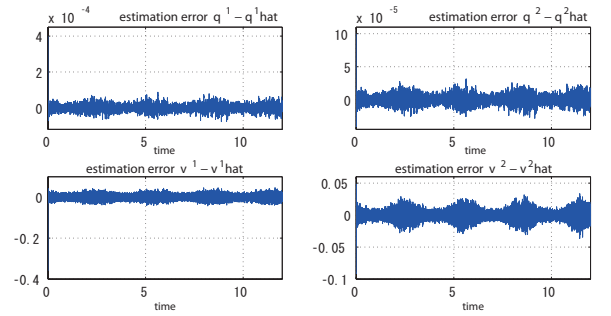


Fig. 4 Time histories of the estimation errors

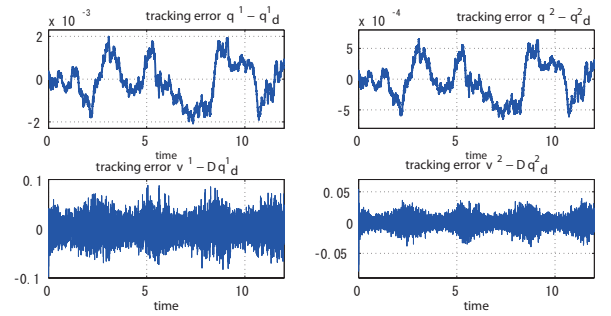


Fig. 5 Time histories of the tracking errors

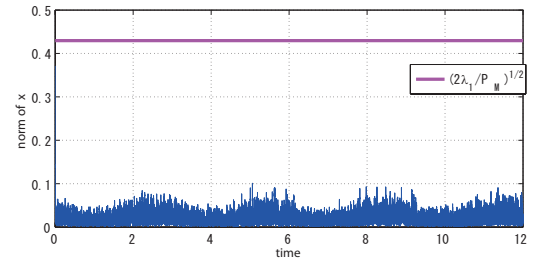


Fig. 6 Time history of  $\|x(t)\|$

## 5. おわりに

本論文では, 一般的な機械系を対象として, オブザーバに基づく出力フィードバックを用いた軌道追従制御に関する考察を行った. 不規則雑音を含む機械系を確率システムとしてモデル化し, 確率有界安定性に基づく軌道追従制御を達成するための補償器と外乱構造に関する条件を導出した. 本手法により, 外乱の存在下において追従・推定誤差を任意の大き

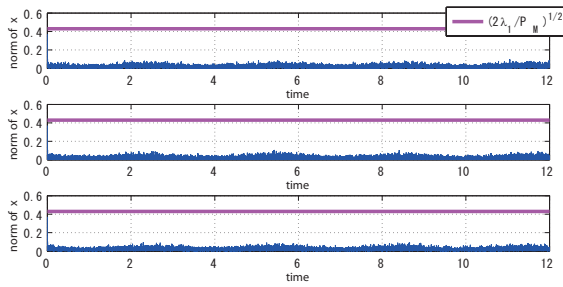


Fig. 7 Time histories of  $\|x(t)\|$  of other 3 sample passes

さに抑えるための補償器の設計指標を得ることができる。

今後の課題として、定理の条件式を満たす補償器のゲインを効率的に求める方法や、そのようなゲインが常に存在するかなどを調べたい。また、実システムの確率システムとしての同定手法などを検討したい。さらに機械系だけでなく、電気-機械系や非ホロノミック拘束を持つシステムなど、さらに広いクラスのシステムに対する出力フィードバック安定化や軌道追従制御についての考察を行いたい。

**謝辞** 本研究に関する貴重なご助言をいただきました Medtronic, Inc. の H. Berghuis 博士に感謝いたします。本研究の一部は科学研究費補助金特別研究員奨励費 (No.21・5764) の助成を受けて行われました。ここに謝意を表します。

#### 参考文献

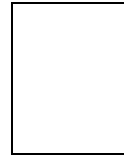
- 1) 砂原善文 (編) : 確率システム理論 II, 朝倉書店 (1982)
- 2) 大住晃 : 確率システム入門, 朝倉書店 (2002)
- 3) H. J. Kushner : Stochastic Stability and Control, Academic Press (1967)
- 4) P. Florchinger : A passive system approach to feedback stabilization of nonlinear control stochastic systems, SIAM J. Control Optim., **37-6**, 1848/1864 (1999)
- 5) B. Maschke and A. J. van der Schaft : Port-controlled Hamiltonian systems: modelling origins and system theoretic properties, Proc. 2nd IFAC Symp. Nonlinear Control Systems, 282/288 (1992)
- 6) 佐藤, 藤本 : 確率ポート・ハミルトン系の受動性に基づく制御, 計測自動制御学会論文集, **44-8**, 670/677 (2008)
- 7) 佐藤, 藤本 : 時変確率ポート・ハミルトン系の安定化と確率的軌道追従制御への応用, 第 37 回 制御理論シンポジウム予稿集, 393/398 (2008)
- 8) M. Takegaki and S. Arimoto : A new feedback method for dynamic control of manipulators, Trans. ASME, J. Dyn. Syst., Meas., Control, **103**, 119/125 (1981)
- 9) S. Stramigioli, B. M. J. Maschke and A. J. van der Schaft : Passive output feedback and port interconnection, Proc. 4th IFAC Symp. Nonlinear Control Systems, 613/618 (1998)
- 10) R. Ortega, A. Loria, R. Kelly and L. Praly : On passivity-based output feedback global stabilization of Euler-Lagrange systems, Proc. 33rd IEEE Conf. on Decision and Control, 381/386 (1994)
- 11) S. Nicosia and P. Tomei : Robot control by using only joint position measurements, IEEE Trans. Autom. Contr., **35-9**, 1058/1061 (1990)
- 12) H. Berghuis and H. Nijmeijer : A passivity approach to controller-observer design for robots, IEEE Trans.

Robotics and Automation, **9-6**, 740/754 (1993)

- 13) H. Deng and M. Krstić : Output-feedback stochastic nonlinear stabilization, IEEE Trans. Autom. Contr., **44-2**, 328/333 (1999)
- 14) J.-J. E. Slotine and W. Li : On the adaptive control of robot manipulators, Int. J. Robotics Research, **6-3**, 49/59 (1987)
- 15) B. Paden and R. Panja : Globally asymptotically stable 'PD+' controller for robot manipulators, Int. J. Control, **47-6**, 1697/1712 (1988)
- 16) H. Berghuis : Model-based robot control: From theory to practice, PhD thesis, Univ. Twente, Enschede, The Netherlands (1993)
- 17) K. Itô : On a formula concerning stochastic differentials, Nagoya Math. J., **3**, 55/65 (1951)
- 18) 岩崎徹也 : LMI と制御, 昭晃堂 (1997)
- 19) H. J. Kushner : Stochastic stability, Stability of Stochastic Dynamical Systems; Lecture Notes in Math. 294, Springer-Verlag, Berlin and New York (1972)

#### [著者紹介]

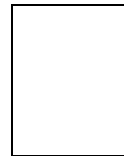
佐藤 訓志 (学生会員)



2005 年名古屋大学工学部機械・航空工学科卒業。2007 年名古屋大学大学院工学研究科博士前期課程修了。同年同博士後期課程に進学し、現在に至る。2009 年より日本学術振興会特別研究員 (DC2)。非線形制御の研究に従事。2008 年 IEEE Robotics Automation Society Japan Chapter Young Award, 2009 年 計測自動制御学会制御部門研究奨励賞を受賞。IEEE, 日本ロボット学会の会員。

#### [著者紹介]

藤本 健治 (正会員)



1994 年京都大学工学部精密工学科卒業, 96 年京都大学大学院工学研究科修士課程応用システム科学専攻修了, 97 年同大学院博士後期課程を中途退学, 同年京都大学大学院工学研究科助手等を経て, 2007 年より名古屋大学大学院工学研究科准教授。99 年オーストラリア国立大学客員研究員, 99-2000 年および 2002 年デルフト工科大学客員研究員。非線形制御の研究に従事。博士 (情報学)。2000 年 計測自動制御学会論文賞武田賞, 2003 年 計測自動制御学会制御部門大会賞, 2005 年 The IFAC Congress Young Author Prize, 2007 年 計測自動制御学会制御部門パイオニア賞を受賞。IEEE, システム制御情報学会, 日本機械学会, 日本鉄鋼協会の会員。